

# ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ ВОДОПОЛЬЗОВАНИЯ В АРКТИЧЕСКОЙ ЗОНЕ БАССЕЙНА Р. ЕНИСЕЙ НА ОСНОВЕ МУЛЬТИФРАК- ТАЛЬНОЙ ДИНАМИКИ (МФД)

## ASSESSMENT OF THE SUSTAINABILITY OF WATER USE IN THE ARCTIC ZONE OF THE RIVER BASIN. YENISEI BASED ON MULTIFRACTAL DYNAMICS (MFD)

Насонов А.Н.  
Никоноров С.М.  
Кривичев А.И.  
Цветков И.В.

Nasonov A.N.  
Nikonorov C.M.  
Krivichev A.I.  
Tsvetkov I.V.

### КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:

самоорганизация, не-  
равновесные системы,  
устойчивое (рациональ-  
ное) водопользование

### KEY WORDS:

self-organization,  
non-equilibrium systems,  
sustainable (rational)  
water usesource, risk  
management, social  
project.

### АННОТАЦИЯ

Рассматривается фрактальный подход к описанию неравновесных водных экосистем в условиях урбанизации вмещающих их территорий. Показано, что в этих условиях особенности хозяйственного использования территорий и управление развитием водных объектов должно носить предупредительный характер и сводиться к управлению потенциальными антропогенными рисками, когда экосистема не может самостоятельно компенсировать негативное воздействие отдельных компонентов антропогенной нагрузки, в результате чего нарушается техноприродный баланс, а вероятность разрушения экосистемы резко возрастает. Экологические

### ABSTRACT

A fractal approach to the description of non-equilibrium aquatic ecosystems under the conditions of urbanization of their host territories is considered. It is shown that under these conditions, the features of the economic use of territories and the management of the development of water bodies should be of a preventive nature and be reduced to the management of potential anthropogenic risks, when the ecosystem cannot independently compensate for the negative impact of individual components of the anthropogenic load, as a result of which the techno-natural balance is disturbed, and the probability of destruction ecosystem is growing rapidly. Environ-

риски хозяйственного водопользования возникают в случае, если развитие экосистемы не поддерживается сохранением ее биоресурса, т.е. нарушается предельный цикл адаптации экосистемы к внешней антропогенной нагрузке. Фрактальный подход открывает новые возможности прогноза устойчивости водных объектов по результатам стандартного экологического мониторинга загрязнения поверхностных вод. Важно, что такой прогноз основан на расчете фрактального индекса устойчивости водного объекта, непосредственно связанного с предельно-допустимой экологической нагрузкой (ПДЭН), как маркера предельной техноёмкости урбозкосистем.

mental risks of economic water use arise if the development of an ecosystem is not supported by the conservation of its biological resource, i.e. the limiting cycle of ecosystem adaptation to external anthropogenic load is violated. The fractal approach opens up new possibilities for predicting the stability of water bodies based on the results of standard environmental monitoring of surface water pollution. It is important that such a forecast is based on the calculation of the fractal index of the stability of a water body, which is directly related to the maximum permissible environmental load (MPEL), as a marker of the maximum technological capacity of urban ecosystems.



### **Насонов А.Н.**

член Экспертного совета ЭЦ ПОРА, кандидат технических наук, доцент кафедры УНИРТ Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии»

—  
[adn22@yandex.ru](mailto:adn22@yandex.ru)

### **Nasonov A.N.**

member of the Expert Council of the EC PORA, Ph.D. Associate Professor of the Department of UNIRT Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education «Moscow State University of Geodesy and Cartography»

—  
[adn22@yandex.ru](mailto:adn22@yandex.ru)



### **Никоноров С.М.**

доктор экономических наук, профессор кафедры экономики природопользования, директор Центра исследования экономических проблем развития Арктики Экономического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова, эксперт Проектного Офиса Развития Арктики (ПОРА) по устойчивому развитию

—  
[nico.73@mail.ru](mailto:nico.73@mail.ru)

### **Nikonorov S.M.**

doctor of Economics, Professor of the Department of Environmental Economics, director of the Center for Research on Economic Problems of the Development of the Arctic, Faculty of Economics, Moscow State University named after M.V. Lomonosov, expert of the Arctic Development Project Office (PORA) for sustainable development

—  
[nico.73@mail.ru](mailto:nico.73@mail.ru)



## Кривичев А.И.

член Экспертного совета ЭЦ ПОРА, кандидат экономических наук, доцент кафедры УНИРТ Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет геодезии и картографии», заместитель директора Центра исследования экономических проблем развития Арктики экономического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова

—  
krivichev@live.ru

## Krivichev A.I.

member of the Expert Council of the EC PORA, Candidate of Economic Sciences, Associate Professor of the UNIRT Department of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Moscow State University of Geodesy and Cartography", Deputy Director of the Center for Research on Economic Problems of the Development of the Arctic, Faculty of Economics, Moscow State University named after M.V. Lomonosov

—  
krivichev@live.ru



## И.В. Цветков

доктор технических наук, доцент, профессор кафедры экономики предприятия и менеджмента института экономики и управления Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Тверской государственной университет»

—  
mancu@mail.ru

## I.V. Tsvetkov

doctor of Technical Sciences, Associate professor, professor of the Department of Enterprise Economics and Management of the Institute of Economics and Management of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education "Tver State University"

—  
mancu@mail.ru

## Введение

В соответствии с Водной стратегией Российской Федерации устойчивое водопользование является одним из важнейших показателей хозяйственной эксплуатации водных ресурсов. Водная стратегия Российской Федерации определяет основные направления деятельности по развитию водохозяйственного комплекса России, обеспечивающего устойчивое водопользование, включая охрану водных объектов и защиту вод от негативного воздействия.[1]

Вода — возобновляемый природный ресурс, поэтому главная задача водопользования связана с поддержанием этой возобновляемости, а именно с сохранением условий, при которых потребности людей удовлетворяются без нарушения функционирования экосистем речного бассейна. Очевидно, что для оценки эффективности и рациональности водопользования необходимо разработать систему формализованных показателей устойчивого развития [2], которые описывают водный объект как сложную неравновесную систему.

В качестве меры устойчивости экосистемы водного объекта предлагается использовать фрактальный индекс, отражающий характер ответной реакции гидробионтов на антропогенное воздействие и возникающие при этом потенциальные экологические риски, что отражает эффективность водопользования и сохранение качества поверхностных вод. [3]

В статье предлагается использование уравнения техноприродных процессов на основе мультифрактальной динамики (МФД), позволяющего прогнозировать наступление кризисных явлений в геоэкологии, связанных с достижением предельно-допустимой экологической нагрузки (ПДЭН), являющейся маркером устойчивого развития.

Уравнение техноприродных процессов на основе МФД описывает процесс самоорганизации урбоэкосистемы, возникающий при антропогенном возмущении природной среды

Уравнение техноприродных процессов на основе МФД описывает процесс самоорганизации урбоэкосистемы, возникающий при антропогенном возмущении природной среды. Физически самоорганизация выражается через установление техноприродного цикла, состоящего из двух фаз — собственно фазы антропогенного возмущения и компенсирующей фазы структурирования (перераспределения биоресурса) в границах урбоэкосистемы. В условиях урбанизации и хозяйственного освоения геоландшафтов вопросы сохранения качества урбоэкосистемы, а, значит, техноприродного цикла, являются наиболее актуальными. [4;5]

Любое антропогенное возмущение, подающееся на вход урбоэкосистемы, приводит к нарушению сложившегося метаболизма с окружающей средой.

Самоорганизация восстанавливает нарушенный метаболизм через частичную деградацию биоресурса, восстанавливаемого естественным образом после снятия нагрузки. Если снятия нагрузки не происходит, система стабилизируется с определенными показателями устойчивости и приемлемыми экологическими рисками, выражаемыми индексом устойчивости. Таким образом, фазовая диаграмма отображает балансовую картину соотношения факторных нагрузок в процедурах оценки устойчивости водной экосистемы. Вариация режимов водопользования — это изменение антропогенных возмущений водной экосистемы, которое сразу отображается в изменении индекса устойчивости.

Результатом уравнения техноприродных процессов на основе МФД является оценка уклонения развития урбоэкосистемы от оптимума

Результатом уравнения техноприродных процессов на основе МФД является оценка уклонения развития урбоэкосистемы от оптимума, выражаемая фрактальным индексом устойчивости. Физически фрактальный индекс устойчивости отражает вероятность перехода урбоэкосистемы к неустойчивому равновесию (бистабильности) в условиях конкуренции действующих факторов экзогенного (внешнего) и эндогенного (внутреннего) происхождения. [6;7;8]

Известно, что усиление антропогенной детерминированности урбоэкосистемы всегда сопровождается ее структурированием (перераспределением биоресурса) до тех пор, пока не достигнет предельно-допустимой экологической нагрузки (ПДЭН), как маркера нарушения ее устойчивости. Особенностью уравнения техноприродных процессов на основе МФД является идентификация лимитирующих показателей развития урбоэкосистемы на фрактальной шкале  $De(1;2)$ , в пределах которых она сохраняет свою устойчивость. Это позволяет по расчетному значению индекса устойчивости прогнозировать динамику развития урбоэкосистемы, потенциальные риски и необходимость внешнего управления сложившейся ситуацией.

Действительно, открытая экосистема существует за счет обмена с окружающей средой веществом и энергией. Такая система стремится к состоянию динамического равновесия, которое характеризуется минимальной диссипацией энергии в окружающую среду. Если же условия внешней среды меняются настолько, что экосистема не может самостоятельно справиться с внешними возмущениями, то она вырождается за конечное время. [9]

В соответствии с законом толерантности Шелфорда-Либиха рост сложности урбоэкосистемы всегда сопровождается увеличением экологической энтропии, что приводит к частичной деградации природного ресурса для сохранения устойчивости.

## Теоретическая часть

Предел системной сложности, при котором нарушается устойчивость, ограничен лимитирующими факторами дефицита и избыточности развития.

Для оценки лимитирующих факторов развития урбоэкосистемы введем непрерывную функцию фрактальной «температуры» техноприродных процессов на интервале  $D \in (1; 2)$  следующим образом

$$T_f = \left( \frac{1}{(2-D)} - \frac{1}{n} \right) \quad (1)$$

Где:  $D$  — фрактальный показатель сложного объекта,  $n$  — размерность пространства, в которое вложен объект (в нашем случае  $n = 2$ ).

Важной особенностью фрактальной «температуры» является ее непосредственная связь с экологической энтропией  $S_f$  — показателем необратимого рассеивания энергии экосистемой при взаимодействии с внешней средой. [10]

$$S_f = \alpha \cdot T_f^D \quad (2)$$

Где  $\alpha$  — поправочный коэффициент, определяемый корреляцией действующих факторов,  $D$  — фрактальный показатель урбоэкосистемы.

Из формул (1, 2) следует, что минимальной диссипации энергии соответствует состояние полного ресурсосберегающего равновесия с окружающей средой и фрактальным показателем Херста  $H=0,5$ , служащим индикатором условного оптимума — состоянием, к которому стремятся сложные системы, функционирующие в неравновесных условиях. Действительно, значения  $H=0,5; D=1,5$  являются маркером случайных процессов, в которых отсутствует корреляция (а значит, тренд), что определяется из соотношения Херста,

$$K = 2^{2H-1} - 1 \quad (3)$$

Где  $K$  — мера корреляции действующих факторов;  $0 < H < 1$  — фрактальный показатель Херста.

Появление тренда, способствующего отклонению развития системы от оптимума, определяется интервалом  $0,5 < H < 1$ , и, чем выше значение постоянной Херста, тем сильнее выражена хаотичность поведения системы. Поэтому величина  $H$  трактуется как отношение силы тренда (степени детерминированности системы) к уровню шума (хаотичности) в системе. [11; 12]

Другими словами, чем сильнее выражена внешняя детерминированность (зарегулированность) сложной системы, тем более хаотичным и неуправляемым становится ее поведение. То есть усиление детерминированности (интенсивности хозяйственной эксплуатации) ведет к росту сложности урбоэкосистемы и повышению ее экологической энтропии.

В соответствии с законом толерантности Шелфорда-Либиха, предел системной сложности, при котором нарушается устойчивость, ограничен лимитирующими факторами дефицита и избыточности развития.

Чем сильнее выражена внешняя детерминированность (зарегулированность) сложной системы, тем более хаотичным и неуправляемым становится ее поведение

РИС. 1

СТРУКТУРА ТЕХНОПРИРОДНЫХ ПРОЦЕССОВ УРБОЭКОСИСТЕМЫ В ПРЕДЕЛАХ ЕЕ ЭКОЛОГИЧЕСКОЙ ЕМКОСТИ



При этом на основе введенной функции (1) были определены фрактальные показатели  $D=1,2$ ;  $D=1,7$ , являющиеся лимитирующими показателями устойчивости урбоэкосистемы, в пределах которых обеспечивается ее самоорганизация (адаптируемость) к внешним антропогенным возмущениям. [13]

ТАБЛ.2: ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ УРБОЭКОСИСТЕМ ВБЛИЗИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ТОЧЕК

Характеристические показатели	Особенности динамики урбоэкосистем
Дефицит факторов $D = (1.2 \pm 0.1)$	Детерминированная динамика экосистемы, поведение которой регулируется некомпенсируемыми однонаправленными факторами влияния, с которыми экосистема не справляется самостоятельно.
Экологический оптимум $D = 1.5 \pm 0.1$	Самоорганизованная динамика экосистемы в пределах ее техноемкости как конкуренция процессов развития/сохранения. При достижении экологического оптимума тренд процессов меняет знак на противоположный, образуя техноприродный цикл.
Избыточность факторов $D_k = (1.7 \pm 0.1)$	Хаотическая динамика экосистемы, сопровождаемая резкими скачками ее системных характеристик. Стагнация экосистемы и начало неконтролируемого разрушения под действием случайных факторов.

При уклонении фрактального показателя урбоэкосистемы от оптимума  $D=1,5$  в сторону увеличения системной сложности закономерно снижается ее репродуктивность, экологическая среда становится более «вязкой», что сопровождается частичной деградацией ресурса и торможением процессов обмена с окружающей средой. При достижении значения  $D=1,7$  компенсаторные механизмы урбоэкосистемы полностью утрачиваются, и она стагнирует. Такое состояние достигается, когда уровень хозяйственной эксплуатации урбоэкосистемы сравнивается с возможностями ее воспроизводства, что говорит о нарушениях сложившегося техноприродного баланса.

На основании вышеизложенного уравнение техноприродных процессов на основе мультифрактальной динамики (МФД) можно представить следующими соотношениями:

$$D_g = \sum_{j=1}^3 a_{ij} F_j \quad (4)$$

$$I_f = |1,5 - D_e| \quad (5)$$

где:  $D_e$  — мультифрактальный показатель урбоэкосистемы;  $I_f$  — фрактальный индекс устойчивости, определяемый уклоном развития урбоэкосистемы от оптимума;  $F_j$  — фрактальные показатели конкурирующих техноприродных процессов,  $a_{ij}$  — весовые коэффициенты действующих факторов.

Уравнения (3; 4) описывают самоорганизацию техноприродных процессов в пределах техноемкости урбоэкосистемы как чередование конкурирующих фаз антропогенного возмущения-адаптации урбоэкосистемы.

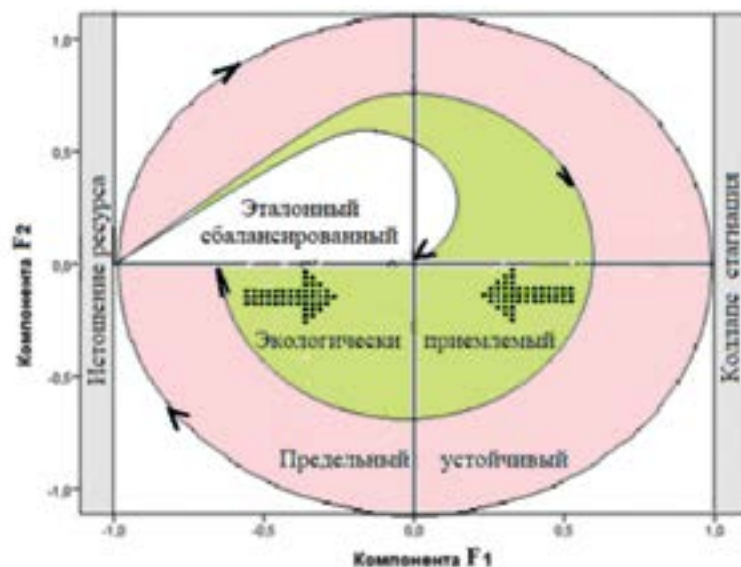
Физически эти уравнения можно интерпретировать следующим образом: область жизнеспособности урбоэкосистемы определяется ее уклоном от экологического оптимума  $F_j$  ( $D=1,5$ ): чем выше уклонение, тем сильнее конкретные факторы угнетают ее жизнеспособность. Максимально  $F_j$  ( $D=1,7$ ) и минимально  $F_j$  ( $D=1,2$ ) переносимые значения факторов являются теми лимитирующими значениями, за пределами которых существование урбоэкосистемы уже невозможно. [14]

Очевидно, что существование урбоэкосистемы невозможно при нарушении предельного цикла ее воспроизводства, что связано с невозможностью компенсировать антропогенные возмущения по контуру обратной связи.

РИС. 2. ГРАФИЧЕСКАЯ ИЛЛЮСТРАЦИЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ТЕХНОПРИРОДНЫХ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ МФД



РИС. 3. ТИПЫ ДИНАМИК УРБОЭКΟΣИСТЕМЫ (ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ЦИКЛОВ) В ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ



Таким образом, классификация техноприродных процессов по рискам нарушения устойчивости может быть определена следующим образом:

ТАБЛ.3

Классы процессов	Тип динамики экосистемы	Экологический риск
Детерминированные	Случайный	Низкий $R_e \rightarrow 0$
Самоорганизованные	Фрактальный	Приемлемый $0 < R_e < 1$
Бистабильные	Неустойчивый	Высокий $R_e \rightarrow 1$
Хаотичные Катастрофные	Катастрофный	Предельно высокий $R_e = 1$

$$R_e(0,1) = D_e * Q = \begin{pmatrix} R_e \rightarrow 1, \text{ если } D_e \rightarrow (1,2 \vee 1,7) \\ R_e \rightarrow 0, \text{ если } D_e \rightarrow 1,5 \\ 0 < R_e < 1, \text{ если } (1,2 < D_e < 1,7) \\ R_e = 1, \text{ если } D_e > 1,7 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Где  $R_e(0,1)$  — вероятность риска,  $Q$  — предполагаемая величина ущерба от наступления катастрофы.

Предельно-допустимая экологическая нагрузка (ПДЭН), при которой формируется предельный устойчивый цикл сборки урбоэкосистемы, может быть определена следующим соотношением:

$$\text{ПДЭН: } (1,2 < D_e < 1,7 \text{ при } 0 < I_f; R < 1) \quad (7)$$

В результате полученное решение техноприродных процессов на основе МФД идентифицирует определенный тип динамики урбоэкосистемы, отвечающий сложившемуся метаболизму с окружающей средой. Наиболее продуктивный метаболизм соответствует решению  $D=1,5; (I_f; R) \rightarrow 0$ , относительно которого определяются все экологически приемлемые решения, вплоть до предела устойчивости, в котором она перестает самоподдерживаться. [15]

Таким образом, рост сложности урбоэкосистемы, описываемый уравнениями (3, 4) приводит к самоорганизации — восстановлению нарушенного равновесия с окружающей средой вплоть до избыточной сложности (ПДЭН), в которой система не может самостоятельно справиться с внешней нагрузкой. Поскольку функционирование реальных урбоэкосистем происходит в состояниях, далеких от равновесия, контроль ПДЭН, как индикатора наступления бистабильности, приобретает первостепенное значение в структуре управления качеством техноприродных объектов.

## Обсуждение результатов

Проведение исследований основывалось на анализе гидрохимических показателей загрязнения бассейна поверхностных вод р. Енисей за период 2019-2021гг., предоставленных Енисейским БВУ, входящим в структуру Росводресурсы РФ.

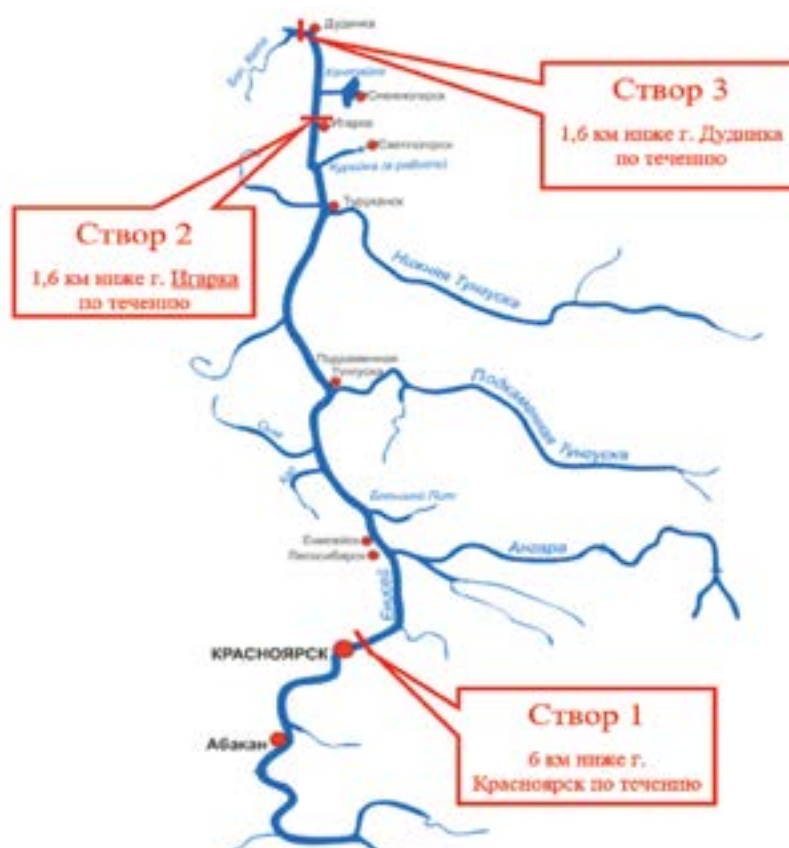
Эмпирические данные загрязнений анализировались в створе 1 (6 км ниже г. Красноярск по течению реки), створе 2, непосредственно расположенного в арктической зоне (1,6 км ниже г. Игарка по течению реки), створе 3, также расположенного в арктической зоне (1,6 км ниже г. Дудинка по течению реки).

Рассматриваемый бассейн водопользования и створы отбора поверхностных вод р. Енисей представлены ниже на рисунке.



РИС. 4.

РАССМАТРИВАЕМЫЕ БАСЕЙНЫ ВОДОПОЛЬЗОВАНИЯ И СТОРЫ ОТБОРА ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОД Р. ЕНИСЕЙ



Целями исследований являлись расчеты фрактальных индексов устойчивости водной экосистемы в рассматриваемых створах, по сравнению которых можно провести зонирование водных бассейнов р. Енисей по экологическим рискам водопользования, непосредственно влияющих на качество водных ресурсов.

Достижению целей способствовало решение задач верификации уравнения техноприродных процессов на основе МФД для вышеперечисленных створов.

Так, для створа 1 (6 км ниже г. Красноярск по течению) проверка фрактальности временных рядов загрязнения поверхностных вод выглядит следующим образом:

ТАБЛ.4. ФРАКТАЛЬНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ЭКОСИСТЕМЫ Р. ЕНИСЕЙ В СТВОРЕ 1 (6 КМ НИЖЕ Г. КРАСНОЯРСК ПО ТЕЧЕНИЮ РЕКИ) ЗА ПЕРИОД 2019-2021ГГ.

Анализируемые показатели	Фрактальные показатели D за период 2019-2021гг.
Взвешенные вещества, мг/дм <sup>3</sup>	1,52
pH	1,41
Кислород, мг/дм <sup>3</sup>	1,43
Хлориды, мг/дм <sup>3</sup>	1,48
Сульфаты (SO <sub>4</sub> ), мг/дм <sup>3</sup>	1,47
БПК <sub>5</sub> , мг/дм <sup>3</sup>	1,55
Нитраты (NO <sub>3</sub> ), мг/дм <sup>3</sup>	1,49
Железо общее, мг/дм <sup>3</sup>	1,42
Марганец, мг/дм <sup>3</sup>	1,39
Нефтепродукты, мг/дм <sup>3</sup>	1,49

Для перевода исчислений в систему координат факторных нагрузок воспользуемся программой SPSS («Statistical Package for the Social Sciences») — проведем морфологический анализ водной экосистемы путем построения проекции анализируемых показателей в двухкомпонентной системе переменных: F1 (компонента положительных корреляций переменных, «уплотняющих» экосистему) и F2 (компонента отрицательных корреляций переменных структурирующих, «разряжающих» экосистему). Конкуренция компонентов-факторов формирует экологический след в динамике воспроизводства экосистемы.

В математическом плане метод главных компонент осуществляет свертку анализируемых показателей к двум факторам-переменным без потери общей информативности и построения модели линейной регрессии вида

$$Y = \sum_{j=1}^2 a_{ij}F_j. \quad (8)$$

Где  $\sum_{j=1}^2 a_{ij}F_j$  — индикаторная функция, описывающая морфологию урбоэкосистемы.

Проекцией факторов-переменных на фрактальной шкале будут соотношения (3, 4), непосредственно описывающие процесс самоорганизации урбоэкосистемы. Результатом морфологического анализа является матрица факторных нагрузок (Таблица 5 и ее проекция в фазовом пространстве, рисунок 5).

**ТАБЛ. 5. МАТРИЦА ФАКТОРНЫХ НАГРУЗОК ЭКОСИСТЕМЫ Р. ЕНИСЕЙ В СТВОРЕ 1 (6 КМ НИЖЕ Г. КРАСНОЯРСК ПО ТЕЧЕНИЮ РЕКИ)**

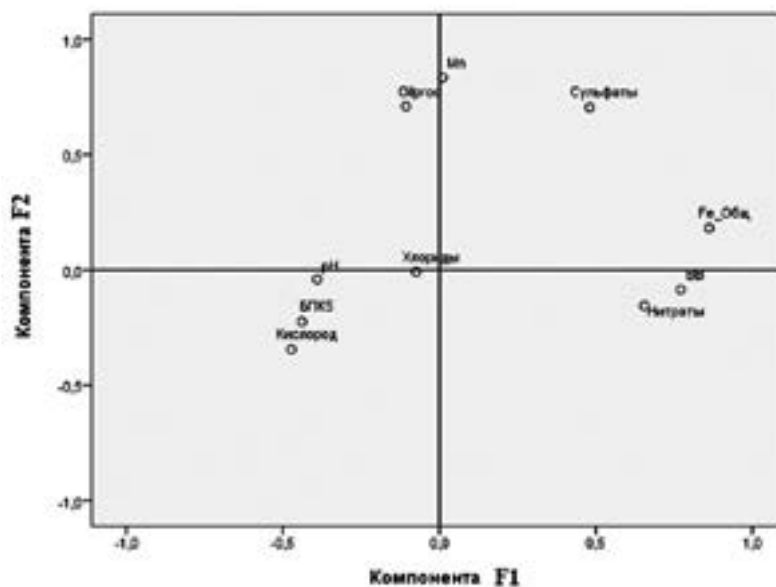
Анализируемые показатели	Весовые коэф. факторных нагрузок	
	F1	F2
Взвешенные вещества, мг/дм <sup>3</sup>	,327	-,135
pH	-,156	,023
Кислород, мг/дм <sup>3</sup>	-,155	-,135
Хлориды, мг/дм <sup>3</sup>	-,029	,004
Сульфаты (SO <sub>4</sub> ), мг/дм <sup>3</sup>	,117	,332
БПК <sub>5</sub> , мг/дм <sup>3</sup>	,355	-,073
Нитраты (NO <sub>3</sub> ), мг/дм <sup>3</sup>	,287	-,160
Железо общее, мг/дм <sup>3</sup>	,333	,001
Марганец, мг/дм <sup>3</sup>	-,091	,457
Нефтепродукты, мг/дм <sup>3</sup>	,425	,402

Уравнение техноприродных процессов на основе МФД можно трактовать как уравнение баланса экосистемы в условиях факторных нагрузок и идентификации потенциальных рисков, нарушающих этот баланс

В соответствии с лимитирующими значениями дефицита и избыточности соотношения факторов периферийным границам фазовой диаграммы соответствуют состояния техноприродного дисбаланса экосистемы, определенного нами как «невозможность структурирования гидробионтов по достижении ПДЭН». Напротив, центру фазовой диаграммы (нулевые значения соотношения компонентов) соответствуют состояния сбалансированности, удаленность от которых понижает техноприродное равновесие и повышает экологическую энтропию.

Поэтому уравнение техноприродных процессов на основе МФД можно трактовать как уравнение баланса экосистемы в условиях факторных нагрузок и идентификации потенциальных рисков, нарушающих этот баланс. [16]

**РИС. 5.**  
**СТРУКТУРА ЭКОСИСТЕМЫ Р. ЕНИСЕЙ В СТВОРЕ 1 (6 КМ НИЖЕ Г. КРАСНОЯРСК ПО ТЕЧЕНИЮ РЕКИ) В ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ ПО СОСТОЯНИЮ НА 2021Г.**



Экологический баланс — это результат действия случайных процессов, которые по мере усиления антропогенной (детерминированной) составляющей понижают ресурсную воспроизводимость экосистемы, в результате чего растет ее экологическая энтропия.

Подставляя весовые коэффициенты (Табл. 5) в модель техноприродных процессов на основе МФД, получаем фрактальный показатель уклонения развития экосистемы от оптимума и рассчитываем индекс устойчивости экосистемы для створа 1:

**ТАБЛ. 6**  
**ПОКАЗАТЕЛИ УСТОЙЧИВОСТИ ЭКОСИСТЕМЫ Р. ЕНИСЕЙ В СТВОРЕ 1 (6 КМ НИЖЕ Г. КРАСНОЯРСК ПО ТЕЧЕНИЮ РЕКИ) ПО СОСТОЯНИЮ НА 2021 Г.**

Потенциальные факторы риска	Уклонение развития от оптимума $D_e$	Индекс устойчивости	Экологический риск $R_e$
Взвешенные в-ва (0,32);	1,49		Низкий
Нефтепродукты (0,42)		0,01	
БПК5 (0,35);			

Полученный результат говорит о сбалансированной динамике водопользования и, как результат, высокой устойчивости экосистемы в период 2019-2021 гг. Воздействие потенциальных факторов экологического риска, среди которых наиболее влиятельными являются нефтепродукты и органические вещества, носит случайный фоновый характер, практически не влияя на восстановление гидробионтов экосистемы.

Этот результат коррелирует со стандартными расчетами загрязнения поверхностных вод в 2020 г. — в р. Енисей существенных изменений в уровне загрязненности воды не происходило, к основным загрязняющим веществам в этот период относились нефтепродукты, соединения железа, органические вещества. Содержание растворенного в воде кислорода в воде было удовлетворительным, среднегодовые концентрации аммонийного и нитритного азота, нефтепродуктов и органических веществ (по БПК5) не превышали ПДК. [17]

Для створа 2, непосредственно расположенного в арктической зоне (1,6 км. ниже г. Игарка по течению), проверка фрактальности временных рядов загрязнения поверхностных вод представлена в таблице ниже:

**ТАБЛ. 7.**  
**ФРАКТАЛЬНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ЭКОСИСТЕМЫ Р. ЕНИСЕЙ В СТВОРЕ 2 (1,6 КМ НИЖЕ Г. ИГАРКА ПО ТЕЧЕНИЮ РЕКИ) ЗА ПЕРИОД 2019-2021 ГГ.**

Анализируемые показатели	Фрактальные показатели D за период 2019-2021гг.
Взвешенные вещества, мг/дм <sup>3</sup>	1,25
pH	1,41
Кислород, мг/дм <sup>3</sup>	1,43
Хлориды, мг/дм <sup>3</sup>	1,48
Сульфаты (SO <sub>4</sub> ), мг/дм <sup>3</sup>	1,47
БПК <sub>5</sub> , мг/дм <sup>3</sup>	1,55
Нитраты (NO <sub>3</sub> ), мг/дм <sup>3</sup>	1,49
Железо общее, мг/дм <sup>3</sup>	1,42
Марганец, мг/дм <sup>3</sup>	1,39
Нефтепродукты, мг/дм <sup>3</sup>	1,29

Матрица факторных нагрузок и структура экосистемы в фазовом (факторном) пространстве для створа 2 представлена соответственно в таблице 8 и рисунке 6:

**ТАБЛ. 8.**  
**МАТРИЦА ФАКТОРНЫХ НАГРУЗОК ЭКОСИСТЕМЫ Р. ЕНИСЕЙ В СТВОРЕ 2 (1,6 КМ НИЖЕ Г. ИГАРКА ПО ТЕЧЕНИЮ РЕКИ) ЗА ПЕРИОД 2019-2021 ГГ.**

Анализируемые показатели	Весовые коэфф. факторных нагрузок	
	F1	F2
Взвешенные вещества, мг/дм <sup>3</sup>	,149	-,830
pH	-,222	,185
Кислород, мг/дм <sup>3</sup>	-,588	-,155
Хлориды, мг/дм <sup>3</sup>	-,130	-,171
Сульфаты (SO <sub>4</sub> ), мг/дм <sup>3</sup>	-,482	,640
БПК <sub>5</sub> , мг/дм <sup>3</sup>	,787	-,048
Нитраты (NO <sub>3</sub> ), мг/дм <sup>3</sup>	,166	,605
Железо общее, мг/дм <sup>3</sup>	,136	,800
Марганец, мг/дм <sup>3</sup>	,680	-,042
Нефтепродукты, мг/дм <sup>3</sup>	,821	,212

Визуально заметно, что так же, как и в створе 1, экосистема сбалансирована, поскольку в структуре отсутствуют элементы, смещенные к периферии фазовой диаграммы, что является признаком неустойчивости экосистемы.

Однако характер структурирования явно отличается от створа 1. Разность структурирования экосистемы выражается в количественных показателях устойчивости экосистемы, представленных в таблице 9.

РИС. 6.  
СТРУКТУРА ЭКОСИСТЕМЫ Р. ЕНИСЕЙ В СТВОРЕ 2 (1,6 КМ НИЖЕ Г. ИГАРКА ПО ТЕЧЕНИЮ РЕКИ) В ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ ПО СОСТОЯНИЮ НА 2021 Г.

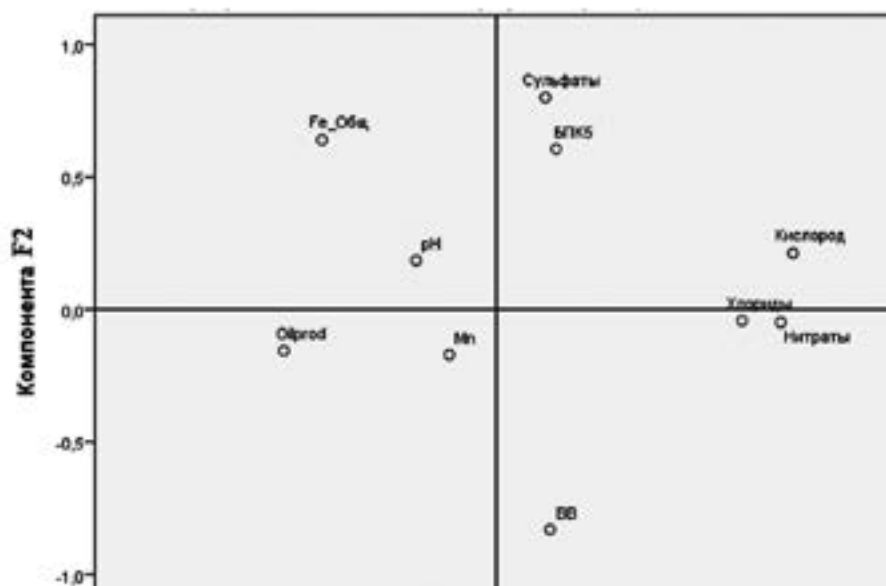


ТАБЛ. 9 ПОКАЗАТЕЛИ УСТОЙЧИВОСТИ ЭКОСИСТЕМЫ Р. ЕНИСЕЙ В СТВОРЕ 2 (1,6 КМ НИЖЕ Г. ИГАРКА ПО ТЕЧЕНИЮ РЕКИ) ПО СОСТОЯНИЮ НА 2021 Г.

Потенциальные факторы риска	Уклонение развития от оптимума $D_e$	Индекс устойчивости	Экологический риск $R_e$
Взвешенные в-ва (0,55);	1,41	0,09	Приемлемый
Нефтепродукты (0,32)			
БПК5 (0,67);			

По створу 2 «Игарка» состояние водной экосистемы приемлемое, с замкнутым техноприродным циклом. Однако по величине индекса устойчивости техноёмкость створа 1 несколько выше, чем створа 2. Такому состоянию способствует одинаковый состав потенциальных факторов риска, однако их воздействие оказывает более угнетающее действие на экосистему. Это может быть обусловлено различием в водности рассматриваемой акватории и менее выраженными процессами эвтрофикации водной среды.

Динамика анализируемых выбросов показывает, что общая экологическая ситуация близка к слабо нарушенному самоподдерживающемуся режиму, в котором частичная деградация гидробионтов может самостоятельно восстановиться после ослабления нагрузки по нефтепродуктам и органическим веществам (БПК5). Количество взвешенных веществ контролировать сложно, но для улучшения качества водопользования можно рекомендовать снижение уровня хозяйственной деятельности непосредственно вблизи акватории реки.

Для створа 3, также расположенного в арктической зоне (1,6 км ниже г. Дудинка по течению Енисея), фрактальные показатели временных рядов загрязнения поверхностных вод представлены в таблице 10 ниже.

**ТАБЛ. 10 ФРАКТАЛЬНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ЭКОСИСТЕМЫ Р. ЕНИСЕЙ В СТВОРЕ 3 (1,6 КМ НИЖЕ Г. ДУДИНКА ПО ТЕЧЕНИЮ РЕКИ) ЗА ПЕРИОД 2019-2021 ГГ.**

Анализируемые показатели	Фрактальные показатели D за период 2019-2021гг.
Взвешенные вещества, мг/дм <sup>3</sup>	1,28
pH	1,41
Кислород, мг/дм <sup>3</sup>	1,43
Хлориды, мг/дм <sup>3</sup>	1,48
Сульфаты (SO <sub>4</sub> ), мг/дм <sup>3</sup>	1,47
БПК <sub>5</sub> , мг/дм <sup>3</sup>	1,55
Нитраты (NO <sub>3</sub> ), мг/дм <sup>3</sup>	1,49
Железо общее, мг/дм <sup>3</sup>	1,42
Марганец, мг/дм <sup>3</sup>	1,39
Нефтепродукты, мг/дм <sup>3</sup>	1,29

Переходя к переменным-факторам, получаем матрицу факторных нагрузок, в которой отражена реакция экосистемы на корреляцию действующих факторов:

**ТАБЛ. 11 МАТРИЦА ФАКТОРНЫХ НАГРУЗОК ЭКОСИСТЕМЫ Р. ЕНИСЕЙ В СТВОРЕ 3 (1,6 КМ НИЖЕ Г. ДУДИНКА ПО ТЕЧЕНИЮ РЕКИ) ЗА ПЕРИОД 2019-2021 ГГ.**

Анализируемые показатели	Весовые коэфф. факторных нагрузок	
	F1	F2
Взвешенные вещества, мг/дм <sup>3</sup>	,283	-,094
pH	,016	-,331
Кислород, мг/дм <sup>3</sup>	-,177	-,177
Хлориды, мг/дм <sup>3</sup>	-,064	,320
Сульфаты (SO <sub>4</sub> ), мг/дм <sup>3</sup>	,199	,203
БПК <sub>5</sub> , мг/дм <sup>3</sup>	-,171	,001
Нитраты (NO <sub>3</sub> ), мг/дм <sup>3</sup>	,225	-,212
Железо общее, мг/дм <sup>3</sup>	,302	-,012
Марганец, мг/дм <sup>3</sup>	,133	,210
Нефтепродукты, мг/дм <sup>3</sup>	-,007	,235

Как ранее отмечалось, положительные корреляции способствуют усилению факторной нагрузки и смещению компонентов экосистемы к периферии фазовой диаграммы, отрицательные — ее компенсации и группированию компонентов к центру фазовой диаграммы (см. рис.7).

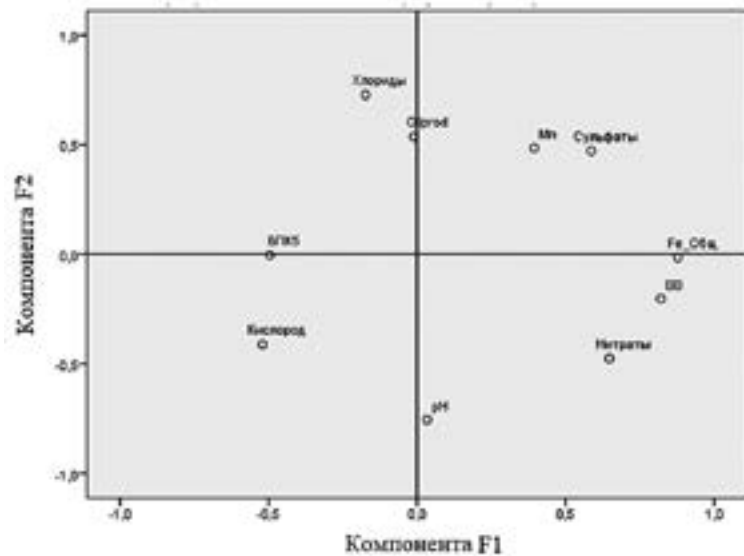
**ТАБЛ. 12. ПОКАЗАТЕЛИ УСТОЙЧИВОСТИ ЭКОСИСТЕМЫ Р. ЕНИСЕЙ В СТВОРЕ 3 (1,6 КМ НИЖЕ Г. ДУДИНКА ПО ТЕЧЕНИЮ РЕКИ) ПО СОСТОЯНИЮ НА 2021 Г.**

Потенциальные факторы риска	Уклонение развития от оптимума D <sub>e</sub>	Индекс устойчивости	Экологический риск R <sub>e</sub>
Взвешенные в-ва (0,8);	1,4	0,1	Приемлемый
Нефтепродукты (0,3)			
БПК <sub>5</sub> (0,5);			

Анализ структуры экосистемы р. Енисей в створе 3 (1,6 км ниже г. Дудинка по течению реки) и створе 2 (1,6 км. ниже г. Игарка по течению реки) указывает на сходство режи-

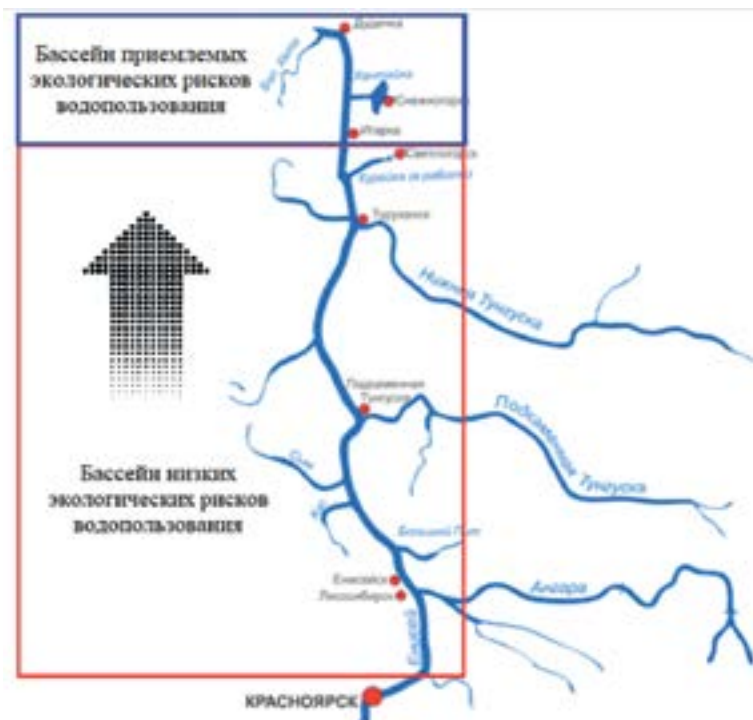
мов водопользования в этих бассейнах, поскольку оба створа находятся в примерно одинаковых геоландшафтах и природно-климатических условиях арктической зоны. Подобные сравнения, наряду с расчетным фрактальным индексом устойчивости, позволяют провести зонирование бассейнов водных объектов (рек, водохранилищ, озер) по экологическим рискам их хозяйственного водопользования, Рис. 8

**РИС. 7 СТРУКТУРА ЭКОСИСТЕМЫ Р. ЕНИСЕЙ В СТВОРЕ 3 (1,6 КМ НИЖЕ Г. ДУДИНКА ПО ТЕЧЕНИЮ РЕКИ) В ФАЗОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ ПО СОСТОЯНИЮ НА 2021 Г.**



В створе 3 (1,6 км ниже г. Дудинка по течению реки) реки Енисей экологическая ситуация наименее устойчивая, требующая компенсации по выбросам нефтепродуктов и органических веществ (БПК5). Динамика выбросов загрязнений показывает, что экологическая ситуация в створе близка к незначительно нарушенному, но все же самоподдерживающемуся режиму водопользования. Несмотря на приемлемые экологические риски створов 2, 3, увеличение уровня хозяйственного водопользования здесь не рекомендуется без проведения организационно-восстановительных природоохранных мероприятий.

**РИС. 8 ЗОНИРОВАНИЕ БАСЕЙНОВ Р. ЕНИСЕЙ ПО ЭКОЛОГИЧЕСКИМ РИСКАМ ВОДОПОЛЬЗОВАНИЯ**



## Выводы

Чем сильнее выражена внешняя детерминированность (зарегулированность) урбоэкосистемы, тем более хаотичным и неуправляемым становится ее поведение

1. Разработана и верифицирована новая модель техноприродных процессов на основе мультифрактальной динамики (МФД), позволяющая описывать морфологию сложноорганизованных урбоэкосистем в условиях действия факторных нагрузок. Результатом решения модели является установление типа динамики урбоэкосистемы, расчет фрактального индекса устойчивости и идентификация факторов риска, снижающих качество урбоэкосистемы. Особенностью модели является описание процесса самоорганизации как соотношения экзогенных и эндогенных факторов в динамике. Показано, что чем сильнее выражена внешняя детерминированность (зарегулированность) урбоэкосистемы, тем более хаотичным и неуправляемым становится ее поведение. То есть усиление детерминированности (интенсивности хозяйственной эксплуатации природной среды) неизбежно ведет к нелинейному росту сложности урбоэкосистемы и повышению экологической энтропии. В этих условиях необходим количественный индикатор, фиксирующий предельно-допустимую экологическую нагрузку (ПДЭН), за границей которой экосистема становится неуправляемой и уничтожается за конечное время.

2. Практической ценностью и новизной модели техноприродных процессов на основе мультифрактальной динамики (МФД), является:

2.1 Идентификация фрактальных показателей лимитирующих факторов урбоэкосистемы, являющихся количественным выражением предельно-допустимой экологической нагрузки (ПДЭН), по достижении которой урбоэкосистема с высокой вероятностью может перейти в неуправляемый режим бистабильности (разрушения). В связи с этим количественный показатель ПДЭН чрезвычайно важен применительно к управлению рациональным (устойчивым) водопользованием в структуре хозяйственной эксплуатации водных объектов.

2.2 Использование метода главных компонент (РСА) в переводе исчислений фрактального индекса устойчивости урбоэкосистемы в систему координат факторных нагрузок, взаимодействие которых в динамике описывает морфологию урбоэкосистемы в пределах лимитирующих факторов, имеющих экзогенное (внешнее) и эндогенное (внутреннее) происхождение. Это позволяет использовать в модели статистические результаты традиционного мониторинга загрязнения поверхностных вод без дополнительных исследований.

2.3 Расчет фрактального индекса устойчивости как экологического следа в структуре водопользования предполагает его использование в управлении устойчивой хозяйственной эксплуатацией водных объектов. Традиционно используемый в России унифицированный комбинаторный индекс загрязнения поверхностных вод (УКИЗВ) оценивает лишь санитарно-гигиенические условия водопользования и для решения задач управления устойчивостью водного объекта не предназначен.

3. Верификация модели техноприродных процессов на основе МФД применительно к бассейну р. Енисей (включая арктическую зону) позволила зонировать территории по экологическим рискам водопользования следующим образом:

**ТАБЛ. 13. ПОКАЗАТЕЛИ УСТОЙЧИВОСТИ ЭКОСИСТЕМЫ Р. ЕНИСЕЙ В СТВОРЕ 1 (6 КМ НИЖЕ Г. КРАСНОЯРСК ПО ТЕЧЕНИЮ РЕКИ) ПО СОСТОЯНИЮ НА 2021 Г.**

Потенциальные факторы риска	Уклонение развития от оптимума $D_e$	Фрактальный индекс устойчивости	Экологический риск $R_e$
Взвешенные в-ва (0,32);	1,49	0,01	Низкий
Нефтепродукты (0,42)			
БПК5 (0,35);			



Полученный результат говорит о сбалансированной динамике водопользования и, как результат, высокой устойчивости экосистемы в период 2019-2021гг.

Полученный результат говорит о сбалансированной динамике водопользования и, как результат, высокой устойчивости экосистемы в период 2019-2021 гг. Воздействие потенциальных факторов экологического риска, среди которых наиболее влиятельными являются нефтепродукты и органические вещества, носят случайный фоновый характер, и практически не влияют на восстановление гидробионтов экосистемы. Этот вывод коррелирует со стандартными расчетами загрязнения поверхностных вод в 2020 г. — в р. Енисей существенных изменений в уровне загрязненности воды не происходило, к основным загрязняющим веществам в этот период относились нефтепродукты, соединения железа, органические вещества. Содержание растворенного в воде кислорода в воде было удовлетворительным, среднегодовые концентрации аммонийного и нитритного азота, нефтепродуктов и органических веществ (по БПК5) не превышали ПДК.

3.2 Характер водопользования реки Енисей меняется при переходе в арктическую зону с низких показателей экологического риска на приемлемые. Такое изменение может быть обусловлено различием в водности рассматриваемых акваторий и менее выраженными процессами эвтрофикации водной среды, которые при одинаковых параметрах экологического риска оказывают меньшее влияние на устойчивость водопользования.

**ТАБЛ. 14. ПОКАЗАТЕЛИ УСТОЙЧИВОСТИ ЭКОСИСТЕМЫ Р. ЕНИСЕЙ В СТВОРЕ 2 (1,6 КМ НИЖЕ Г. ИГАРКА ПО ТЕЧЕНИЮ РЕКИ) ПО СОСТОЯНИЮ НА 2021 Г.**

Потенциальные факторы риска	Уклонение развития от оптимума $D_e$	Фрактальный индекс устойчивости	Экологический риск $R_e$
Взвешенные в-ва (0,55);	1,41	0,09	Приемлемый
Нефтепродукты (0,32)			
БПК5 (0,67);			

**ТАБЛ. 15. ПОКАЗАТЕЛИ УСТОЙЧИВОСТИ ЭКОСИСТЕМЫ Р. ЕНИСЕЙ В СТВОРЕ 3 (1,6 КМ НИЖЕ Г. ДУДИНКА ПО ТЕЧЕНИЮ РЕКИ) ПО СОСТОЯНИЮ НА 2021 Г.**

Потенциальные факторы риска	Уклонение развития от оптимума $D_e$	Фрактальный индекс устойчивости	Экологический риск $R_e$
Взвешенные в-ва (0,8);	1,4	0,1	Приемлемый
Нефтепродукты (0,3)			
БПК5 (0,5);			

В целом динамика и состав выбросов загрязнений в створах, расположенных в арктической зоне реки, примерно одинаковы, что говорит о сходной экологической ситуации исследуемых бассейнов, близкой к слабо нарушенному самоподдерживающемуся режиму воспроизводимости гидробионтов, при котором их частичная деградация может самостоятельно восстановиться после ослабления нагрузки по нефтепродуктам и органическим веществам (БПК5). Количество взвешенных веществ контролировать сложно, но для улучшения качества водопользования можно рекомендовать снижение уровня хозяйственной деятельности непосредственно вблизи акватории реки.

**Литература:**

1. Водная стратегия Российской Федерации на период до 2020 года. Утв. распоряжением Правительства Российской Федерации от 27 августа 2009 г. № 1235-р.

**Literature:**

1. Water strategy of the Russian Federation for the period up to 2020. Approved Decree of the Government of the Russian Federation dated August 27, 2009 No. 1235-r.

2. Indicators of Sustainable Development: Framework and Methodology. — New York: United Nations, 1996. — 359 p.
3. Насонов А.Н. Классификация экологических рисков нарушения устойчивости экосистемы // Грозненский естественнонаучный бюллетень. 2022. Том 7, № 1 (27). С. 33–43.
4. Насонов А.Н. Управление альгоремедиацией водных объектов города на основе мультифрактальной динамики // Грозненский естественнонаучный бюллетень. 2022. Том 7, № 2 (28). С. 59–69.
5. Курбатова А.С., Кочуров Б.И., Гриднев Д.З. Природно-экологический каркас в территориальном планировании муниципальных образований / А.С. Курбатова, Б.И. Кочуров, Д.З. Гриднев // Проблемы региональной экологии. Москва. Издательский дом «Камертон». 2010. № 6. С. 186-194.
6. Арнольд В.И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели / В.И. Арнольд // Москва. Издательство МЦНМО. 2004. 32 с.
7. Трубецков Д.И. Феномен математической модели Лотки-Вольтерры и сходных с ней / Д.И. Трубецков // Известия вузов «ПНД». Т19. №2. 2011. С. 69-86.
8. Д. И. Трубецков. Введение в синергетику. Хаос и структуры / Д. И. Трубецков. — 2-е изд., исп. и доп. — М.: Эдиториал УРСС, 2004. — 240 с
9. А.Б. Гелашвили, Г.С. Розенберг, Д.И. Иудин и соавт. Фрактальные аспекты структурной устойчивости биотических сообществ. Междисциплинарный научный и прикладной журнал Биосфера, 2013, т.5, №2. С.143-159).
10. Kudinov A., Tsvetkov, V., Tsvetkov, I.. (2011). Catastrophes in the Multi-Fractal Dynamics of Social-Economic Systems. Russian Journal of Mathematical Physics. 18. 149-155. <https://doi.org/10.1134/S1061920811020038>.
11. Mandelbrot, B. (2004), «Fraktaly, sluchay i finansy 1957-1997», R&C Dynamic, Moscow-Izhevsk, Russia.
12. Mandelbrot, B. (2002), Fraktal'naya geometriya prirody, Institut komp'yuternykh issledovaniy Moscow, Russia.
13. Козлов Д.В., Насонов А.Н., Цветков И.В., Жогин И.М. Мультифрактальные принципы управления развитием водных экосистем методом коррекции альгоценоза / Д.В. Козлов, А.Н. Насонов, И.В. Цветков, И.М. Жогин // Водные ресурсы. Москва. 2017. Т. 44. № 2. С. 182-190.
14. Розенберг Г.С. Введение в теоретическую экологию. В 2-х томах. / Г.С. Розенберг // Тольятти. Издательство «Кассандра». 2013. Т. 1. 564 с. Т. 2 445с.
15. Кульнев В.В., Анциферова Г.А., Насонов А.Н. и др. Моделирование и анализ процесса альголизации технологического водоема Новолипецкого металлургического комбината на основе мультифрактальной динамики / В.В. Кульнев, Г.А. Анциферова, А.Н. Насонов, И.В. Цветков, А.Л. Суздалева, М.В. Графкина // Экология и промышленность России. Москва., 2019. Т. 23. № 10. С. 66-71.
16. Насонов А.Н., Цветков И.В., Особенности управления развитием техноприродных процессов на основе мультифрактальной динамики / А.Н. Насонов, И.В. Цветков / Управление развитием крупномасштабных систем: труды Одиннадцатой междунар. конф., Москва: Ин-т проблем упр. им. В.А. Трапезникова Рос. акад. наук; Т. 2. Москва. ИПУ РАН. 2018.
17. Государственный доклад «О состоянии и охране окружающей среды в Красноярском крае за 2015 год». — Красноярск: Министерство природных ресурсов и лесного комплекса Красноярского края, 2016. — 320 с.] (Сороковикова Л.М., Башенхаева Н.В. Эвтрофирование и качество воды Енисея // Водн. ресурсы. — 2000. — Т. 27, № 4. — С. 498–503.)
2. Indicators of Sustainable Development: Framework and Methodology. - New York: United Nations, 1996. - 359 rubles.
3. Nasonov A.N. Classification of ecological risks of violation of the stability of the ecosystem // Grozny natural science bulletin. 2022. Volume 7, No. 1 (27). pp. 33-43.
4. Nasonov A.N. Management of algoremediation of city water bodies based on multifractal dynamics // Grozny Natural Science Bulletin. 2022. Volume 7, No. 2 (28). pp. 59-69.
5. Kurbatova A.S., Kochurov B.I., Gridnev D.Z. Natural-ecological framework in the territorial planning of municipalities / A.S. Kurbatova, B.I. Kochurov, D.Z. Gridnev // Problems of regional ecology. Moscow. Publishing house «Kamerton». 2010. No. 6. S. 186-194.
6. Arnold V.I. «Hard» and «soft» mathematical models / V.I. Arnold // Moscow. Publishing house MTSNMO. 2004. 32 p.
7. Trubetskov D.I. Phenomenon of the Lotka-Volterra Mathematical Model and Similar Models / D.I. Trubetskov // Proceedings of universities «PND». T19. No. 2. 2011. P. 69-86.
8. D. I. Trubetskov. Introduction to synergetics. Chaos and structures / D. I. Trubetskov. - 2nd ed., Spanish. and additional - M.: Editorial URSS, 2004. - 240 p.
9. A.B. Gelashvili, G.S. Rosenberg, D.I. Iudin et al. Fractal aspects of the structural stability of biotic communities. Interdisciplinary scientific and applied journal Biosphere, 2013, v.5, no.2. pp.143-159).
10. Kudinov A., Tsvetkov, V., Tsvetkov, I. (2011). Catastrophes in the Multi-Fractal Dynamics of Social-Economic Systems. Russian Journal of Mathematical Physics. 18. 149-155. <https://doi.org/10.1134/S1061920811020038>.
11. Mandelbrot, B. (2004), «Fraktaly, sluchay i finansy 1957-1997», R&C Dynamic, Moscow-Izhevsk, Russia.
12. Mandelbrot, B. (2002), Fraktal'naya geometriya prirody, Institut komp'yuternykh issledovaniy Moscow, Russia.
13. Kozlov D.V., Nasonov A.N., Tsvetkov I.V., Zhogin I.M. Multifractal principles of managing the development of aquatic ecosystems by the method of algocenosis correction / D.V. Kozlov, A.N. Nasonov, I.V. Tsvetkov, I.M. Zhogin // Water resources. Moscow. 2017. V. 44. No. 2. S. 182-190.
14. Rosenberg G.S. Introduction to theoretical ecology. In 2 volumes. / G.S. Rosenberg // Togliatti. Publishing house «Kassandra». 2013. Vol. 1. 564 p. T. 2 445s.
15. Kulnev V.V., Antsiferova G.A., Nasonov A.N. Modeling and analysis of the process of algolization of the technological reservoir of the Novolipetsk Metallurgical Plant based on multifractal dynamics / V.V. Kulnev, G.A. Antsiferova, A.N. Nasonov, I.V. Tsvetkov, A.L. Suzdaleva, M.V. Grafkina // Ecology and Industry of Russia. Moscow., 2019. T. 23. No. 10. S. 66-71.
16. Nasonov A.N., Tsvetkov I.V., Features of managing the development of techno-natural processes based on multifractal dynamics / A.N. Nasonov, I.V. Tsvetkov / Management of the development of large-scale systems: Proceedings of the Eleventh Intern. Conf., Moscow: Inst. them. V.A. Trapeznikova Ros. acad. sciences; T. 2. Moscow. IPU RAS. 2018.
17. State report «On the state and protection of the environment in the Krasnoyarsk Territory for 2015». - Krasnoyarsk: Ministry of Natural Resources and Forest Complex of the Krasnoyarsk Territory, 2016. - 320 p.] (Sorokovikova L.M., Bashenkhaeva N.V. Eutrophication and water quality of the Yenisei // Water resources. - 2000. - T. 27, No. 4. - S. 498-503.)